ISSN (Online): 2367-6949 ISSN (Print): 1310-0343

Известия списание на Икономически университет 4 (2022)

ИЗВЕСТИЯ

списание на Икономически университет – Варна

http://journal.ue-varna.bg

ДИНАМИЧЕН МОДЕЛ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ЗАПАСИТЕ ПРИ ПРОМЕНЛИВ ТЕМП НА ПОТРЕБЛЕНИЕ

Танка МИЛКОВА[1]

[1] Катедра „Статистика и приложна математика", Икономически университет – Варна, България. E-mail: tankamilkova@ue-varna.bg

JEL: C61

Резюме

В теорията на научното управление на запасите са известни множество модели, оптимизиращи разходите за управление на запасите при различни обстоятелства, свързани най-вече с характера на потребление на запасите. Едни от фундаменталните динамични модели са предназначени за случаи на равномерен темп на потребление и са познати под наименованието модели на Уилсън. Те имат редица предимства, но и редица ограничения при извеждане на постановката, което предполага, че не са подходящи за директно приложение при всяка една практическа ситуация. Независимо че в литературата са известни и редица модификации на тези модели, все още има посоки, в които те могат да се развиват с оглед на това да бъдат практически по-полезни. Целта в настоящата разработка е на база моделите на Уилсън да се конструира модел за управление на запасите при променлив темп на потребление. На следваща стъпка се предлага метод за решаване на този модел и конкретна негова апробация с цел постигане на минимални общи разходи от управлението на запасите.

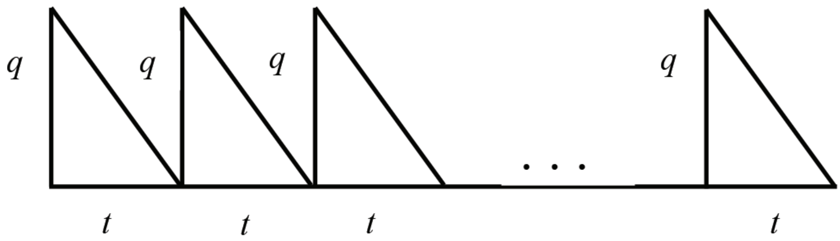
Ключови думи:

управление на запаси, модел на Уилсън.

Цитиране: МИЛКОВА, Т. (2022) Динамичен модел за управление на запасите при променлив темп на потребление. *Известия. Списание на Икономически университет – Варна*, 66 (4), с. 376 – 392.

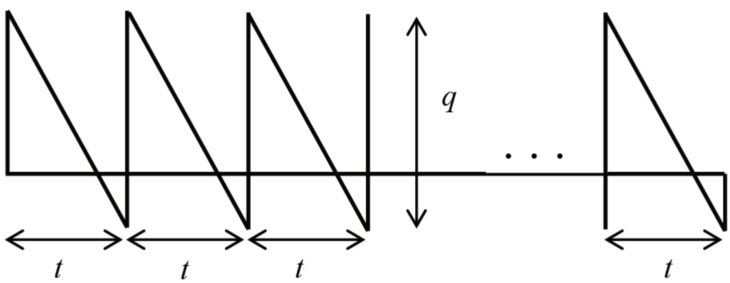
Въведение

В икономико-математическото моделиране е известен моделът на Уилсън за управление на запасите при известно търсене (Димитров, 1984; Атанасов и Дочев, 1997; Благоев и др., 2009; Стерлигова, 2012; Дыбская и др., 2008; Лукинский и др., 2007; Сергеев и др., 2005). Чрез него се определя оптимална стратегия за фиксиране на размерите на поредните доставки и интервалите от време между тях за продължителен период от време. Като се имат предвид разходите по съхранение и разходите по организиране на една доставка се формализират два известни класически модела, първият от които при пълно задоволяване на потребностите (фиг. 1), а вторият – при възможност за отлагане задоволяването на част от потребностите (фиг. 2). И при двата модела основната цел е да се минимизират общите разходи за целия период на осигуряване доставките от запаса.



Фигура 1. Изменение на нивото на запаса при модела на Уилсън без недостиг

Източник: Адаптирано по Дочев, Д., Атанасов, Б. (1997). Изследване на операциите. Варна: Наука и икономика.



Фигура 2. Изменение на нивото на запаса при модела на Уилсън с допустим недостиг

Източник: Адаптирано по Дочев, Д., Атанасов, Б. (1997). Изследване на операциите. Варна: Наука и икономика.

Нека за сравнително дълъг период от време T да трябва да бъде подсигурен запас в размер Q, т.е. целият период от време и общото търсене са известни. Известни са също така c_q – разходите за организиране на една доставка и c_r – разходите за съхранението на единица запас в продължение на единица време. Въвеждат се три неизвестни величини: q – обем на доставка; t – интервал от време между две поредни доставки; n – брой доставки за целия период от време.

Последните две неизвестни могат да бъдат изразени чрез следните равенства: $n = \frac{Q}{q}$ и $t = \frac{T}{n} = \frac{Tq}{Q}$. Така задачата се привежда към задача с едно неизвестно.

С оглед на това да се определи стратегия за управление на запасите, която осигурява минимални общи разходи за попълване на запасите и съхранение, се конструира функция, която ги изразява, а $S = \frac{c_r}{2} Tq + \frac{c_q Q}{q}$ именно: . След нейното изследване се стига до **формулата на Уилсън при пълно задоволяване на потребностите.**

За оптималния обем на доставката се получава:

$$q^* = \sqrt{\frac{2c_q Q}{c_r T}} \quad . \tag{1}$$

За интервала от време между две доставки се получава:

$$t^* = \sqrt{\frac{2c_q T}{Q c_r}} \quad . \tag{2}$$

За броя на доставките, които трябва да се направят за интервала от време T:

$$n^* = \sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}} \quad . \tag{3}$$

При така определената оптимална стратегия за управление на запасите, за минималната стойност на общите разходи се получава:

$$S_{\min} = \sqrt{2QTc_r c_q} \quad . \tag{4}$$

Възможен е случай (Димитров, 1984; Атанасов и Дочев, 1997; Благоев и др., 2009; Стерлигова, 2012; Дыбская и др., 2008; Лукинский и др., 2007; Сергеев и др., 2005), при който търсенето е по-голямо от запаса, което означава, че част от потребностите не се задоволяват навреме, а се отлага и тяхното удовлетворяване се осъществява в момента на получаване на следващата доставка. Нормално е това отлагане да бъде свързано с допълнителни разходи и затова се въвежда нов известен параметър c_u , изразяващ разходите от отлагане задоволяването с единица запас за единица време.

Като се въведе ново неизвестно s , изразяващо максималното ниво на запаса и се конструира функцията с две неизвестни, формализираща общите разходи , $S(q,s)=\frac{c_r T s^2}{2q}+\frac{c_q Q}{q}+\frac{(q-s)^2}{2q}c_u T$ и след нейното изследване се стига до **формулите на Уилсън при възможност за отлагане задоволяването на част от потребностите:**

$$q^* = \sqrt{\frac{2c_q Q}{c_r T}}\cdot\sqrt{\frac{c_r + c_u}{c_u}}\,; \qquad (5)$$

$$s^* = \sqrt{\frac{2c_q \mathrm{Q}}{c_r T}}\cdot\sqrt{\frac{c_u}{c_r + c_u}} \qquad (6)$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2c_q T}{c_r Q}}\cdot\sqrt{\frac{c_r + c_u}{c_u}} \qquad (7)$$

При така определената оптимална стратегия за управление на запасите, за минималната стойност на общите разходи в този модел се получава:

$$S_{\min} = \sqrt{2c_r c_q QT}\cdot\sqrt{\frac{c_u}{c_r + c_u}}\quad . \qquad (8)$$

Характерно и в двата модела е, че се налагат някои ограничения:

1.Всички изчисления се отнасят за един вид стоково-материален запас.

2.Наблюдава се постоянен темп на потребление на съответния запас.

3.Всяка доставка се извършва за еднакво време.

4.Заявките се извършват през равни интервали от време и др.

Впоследствие са разработени и многопродуктови подобни модели (Димитров, 1984; Атанасов и Дочев, 1997; Благоев и др., 2009).

Основните две ограничения при съществуващите модели са постоянната доставка q и еднаквите интервали от време t за доставяне.

В редица ситуации от практиката могат да съществуват следните особености:

1. Поради постепенно намаляване или увеличаване обема на производство се налага постепенно намаляване или увеличаване обема на доставяния запас, но запазване постоянността на интервала от време за доставяне, т.е. $q_i = qk^{i-1},\ i=\overline{1,n}$ $(k<1$ или $k>1)$ и $t = const$.

2. Постоянно увеличаване или намаляване на доставката с някакъв коефициент k ($k > 1$ или $k < 1$), но в същото време увеличаване или намаляване на интервала от време за доставка със същия темп като този на изменение на размера на доставката, т.е. $q_i = qk^{i-1}$, $t_i = tk^{i-1}$, $i = \overline{1,n}$ и, разбира се, други особености.

Основната цел в настоящото изследване е на базата на конструиране на подходящ модифициран модел за управление на запасите при променящ се периодично равномерен темп на потребление да се оптимизират обемите на доставките за постигане на минимални общи разходи.

За постигане на поставената цел се решават следните приоритетни задачи:

1. Построяване на теоретико-приложен икономико-математически модел за оптимизиране на доставките в случая на постоянен темп на изменение на търсенето през равни интервали от време.
2. Да се направи анализ за съществуване на решение на така изведения теоретико-приложен модел в зависимост от изменението на коефициента, определящ увеличението или намалението обемите на доставка.
3. На основата на подходящ практически пример да се апробира предложеният теоретичен оптимизационен модел.
4. Да се направи сравнителен анализ между съществуващите класически модели на Уилсън и предложения модифициран модел.

1. Модел за оптимизиране на запасите при постоянен темп на изменение на търсенето през еднакви интервали от време

1.1. Постановка на задачата

Нека дадена производствена фирма се нуждае за период от време T да ѝ бъде доставено общо количество Q единици от конкретен вид суровина. Доставките трябва да се осъществяват на равни интервали от време при определени количества, които до използването им се съхраняват под формата на запас и при изчерпването им се осъществява нова доставка. Обемът на доставките за всеки следващ интервал от време се изменя с постоянен коефициент k, който е предварително известен. Разходите, които поема фирмата, са два вида – по съхранение на запасите и по реализиране на доставките. Освен вече известните параметри T, Q и $\underline{k}$ ще въведем още два параметъра:

c_r – разходите за съхранението на единица запас в продължение на единица време;

c_q – разходите за организиране на една доставка.

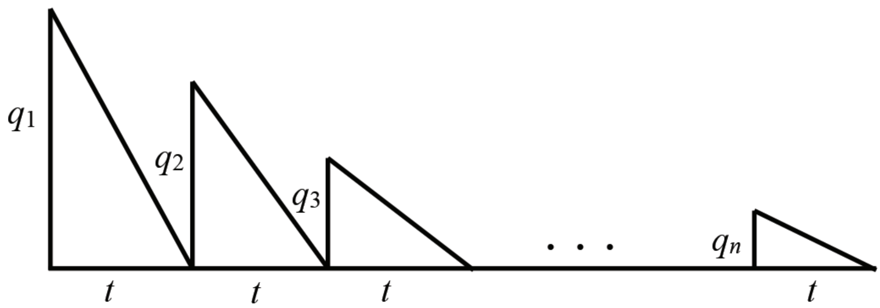
Нека въведем следните величини, които първоначално са неизвестни:

n – брой на доставките, които ще бъдат направени за целия период T;

t – интервал от време между две последователни доставки;

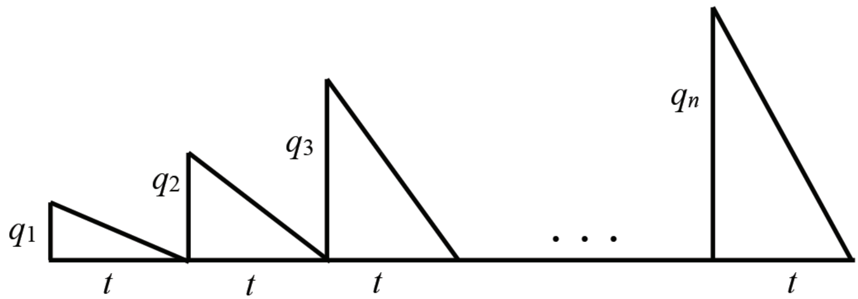
q_i – обем на i -та доставка, $i = \overline{1,n}$.

Целта е да се определят броят на доставките, интервалът от време между тях и обемите на самите доставки, така че сумарно разходите за управление на запасите за целия период от време да бъдат минимални (фиг. 3а, 3б).



Фигура 3а. Доставки при намаляващ темп

Източник: Адаптирано по Дочев, Д., Атанасов, Б. (1997). Изследване на операциите. Варна: Наука и икономика.



Фигура 3б. Доставки при растящ темп

Източник: Адаптирано по Дочев, Д., Атанасов, Б. (1997). Изследване на операциите. Варна: Наука и икономика.

1.2. Модел на задачата

Първо ще намалим броя на неизвестните в модела до едно. Ако q е неизвестният обем на първата доставка, то втората според постановката на задачата ще бъде kq, третата – $k^2 q$ и т.н., n -тата доставка ще бъде $k^{n-1} q$, или

$$q_i = k^{i-1} q, \; i = \overline{1,n}. \tag{9}$$

В същото време сумата от обемите на всички доставки трябва да е равна на общото търсене , т.е. $\sum_{i=1}^{n} q_i = Q$, или

$$\sum_{i=1}^{n} k^{i-1}q = q\sum_{i=1}^{n} k^{i-1} = q(1+k+k^2+...+k^{n-1}) = Q,$$

за което след прилагане на формулата за сума на членовете на геометрична прогресия с първи член 1, частно k и брой на членовете n получаваме

$$q\frac{k^n-1}{k-1} = Q \text{, или} \tag{9`}$$

$$q.k^n - q = Q(k-1) \Leftrightarrow k^n = \frac{Q(k-1)+q}{q} = \frac{Q(k-1)}{q} + 1.$$

Оттук, след логаритмуване, стигаме до

$$n = \frac{\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]}{\ln k} \ . \tag{10}$$

Чрез формула (10) се дава броят на доставките n чрез неизвестното q .

От друга страна $t = \frac{T}{n}$, т.е.

$$t = \frac{T.\ln k}{\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]} \tag{11}$$

Формула (11) задава как се изразява интервалът от време t между доставките чрез неизвестното q .

Така чрез формули (9), (10) и (11) изразяваме неизвестните q_i, n и t само чрез неизвестното q .

Нека сега да изведем как ще изглежда функцията $S(q)$, която изразява общите разходи за целия период.

Броят на доставките е n , а разходите за една доставка са c_q и тогава разходите за целия период T по доставка на запасите ще бъде:

$$c_q.n = \frac{c_q.\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]}{\ln k}. \tag{12}$$

Тъй като разходът за съхранение на единица запас за единица време е c_r и за всеки период t се доставя съответното количество q_i, което до края на периода намалява до нула, то е нормално да се съобразим за всеки период със средното количество $\frac{q_i}{2}$.

Тогава за i-ти период разходите за съхранение на запасите ще бъдат

$$\frac{q_i}{2}.c_r.t = \frac{k^{i-1}.c_r.t.q}{2},$$

а за целия период T:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{k^{i-1}.c_r.t.q}{2} = \frac{c_r.t.q}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{k^{i-1}}{2} = \frac{c_r.t.q}{2}.\frac{k^n-1}{k-1}.$$

Като вземем предвид (9\`), че $q\frac{k^n-1}{k-1} = Q$ и заместим t от (11), то за общите разходи по съхранение получаваме:

$$\frac{c_r QT\ln k}{2.\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]}. \tag{13}$$

Сега от (12) и (13) за общите разходи за целия период получаваме:

$$S(q) = \frac{c_q.\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]}{\ln k} + \frac{c_r QT\ln k}{2.\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q}+1\right]}. \tag{14}$$

В (14) забелязваме, че в първото и второто събираемо има един и същ израз, но в реципрочна форма, в който се среща неизвестното q.

Нека означим

$$\frac{\ln\left[\dfrac{Q(k-1)}{q}+1\right]}{\ln k}=x \qquad (15)$$

Тогава $S(q)$ се получава в по-опростена форма, както следва:

$$S(q)=L(x)=c_q x+\frac{c_r QT}{2x}. \qquad (16)$$

Предстои да изследваме функцията $L(x)$, но преди това ще направим известен анализ на полагането в (15) и функцията (16).

1. За съществуването на , респективно на n от формула (10) е необходимо аргументът в логаритмичната функция да бъде положителен, т.е. $\dfrac{Q(k-1)}{q}+1>0$.

Ако е налице нарастващ темп на доставките, т.е. $k<1$ (фиг. 3б), то това е изпълнено, но ако $k<1$ (фиг. 3а), т.е. е налице намаляващ темп на доставките, тогава е необходимо $Qk-Q+q>0$, или ако $k=1-\theta$, където $\theta\in(0;1)$, то $1-k=\theta$ и $q>Q.\theta$, т.е. $\dfrac{q}{Q}>\theta$, което показва, че отношението на размера на първата доставка (което е и неизвестното в тази задача) към цялото необходимо количество за целия период трябва да е по-голямо от частта, с която k е по-малко от единица. За онагледяване на това ще дадем следния пример. Ако всяка следваща доставка намалява с 50% спрямо предходната, т.е. $k=0,5$ и $\theta=1-0,5=0,5$, то е необходимо $\dfrac{q}{Q}>0,5$, т.е. първата доставка трябва да е по-голяма от половината на цялото количество, необходимо за целия период от време T. Това показва, че случаят при намаляващ темп на размера на доставките трябва да бъде прецизиран, т.е. когато $k<1$, то трябва да е близко до единица, за да има практически смисъл от така поставената задача. Може да се каже още, че ако темпът на доставките е намаляващ, то той трябва да е бавен.

2. Да разгледаме сега (15), т.е. $\dfrac{\ln\left[\dfrac{Q(k-1)}{q}+1\right]}{\ln k}=x$.

А) При нарастващ темп на доставките, т.е. $k>1$. Тогава $a=\dfrac{1}{\ln k}>0$, $b=Q(k-1)>0$ и да разгледаме функцията

$$x=f(q)=a\ln\left[\frac{b}{q}+1\right] \tag{17}$$

Логаритмичната функция е растяща в дефиниционното си множество, т.е. при растене на $t>0$ и $a\ln\left[bt+c\right]$ расте (при $a,\, b>0$) и обратно. Следователно в (17), ако q расте (намалява), то $\dfrac{1}{q}$ намалява (расте) и $a\ln\left[b.\dfrac{1}{q}+1\right]$ намалява (расте).

Изводът при $k>1$ е:

- с нарастване на x, q намалява;

- с намаляване на x, q расте

и обратното, ако разменим местата на x и q.

Б) При намаляващ темп на доставките, т.е. $k<1$, но съобразено с изследването в т. 1 на анализа по-горе. В този случай $a=\dfrac{1}{\ln k}<0,\ b=Q(k-1)<0$ и тогава във функцията $x=f(q)=a\ln\left(\dfrac{b}{q}+1\right)$, $a<0,\ b<0$, но $\dfrac{b}{q}+1>0$. Ако q расте (намалява), то $\dfrac{1}{q}$ намалява (расте), но $b.\dfrac{1}{q}$ – расте (намалява). Тогава $\ln\left(b.\dfrac{1}{q}+1\right)$ расте (намалява), но умножено по $a<0$ – намалява (расте).

Изводът при $k<1$ е:

- с нарастване на x,   намалява;

- с намаляване на x, q расте

и обратното, ако разменим местата на x и q.

Като обобщение при този анализ може да изкажем следното твърдение. За $k \quad 0$, при условие че $\dfrac{Q(k-1)}{q}+1>0$, то q и x от формула (15) имат обратна монотонност на изменение, т.е. ако едното расте (намалява), то другото намалява (расте).

Сега ще преминем към изследване на функцията $L(x)$ от (16) (Дочев и Николаев, 2007).

$$L'(x) = c_q - \frac{c_r QT}{2x^2} = \frac{2c_q x^2 - c_r QT}{2x^2}.$$

Да означим числителя с $g(x) = 2c_q x^2 - c_r QT$ и $g(x)$ се занулява при $x = \pm\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}$ и знаците ѝ се изменят, както следва (фиг. 4):

$$\begin{array}{lccccc} g(x): & + & | & - & | & + \\ \hline & & -\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}} & & \sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}} & \end{array}$$

Фигура 4. Знак на $g(x)$ в зависимост от x

Знаците на $L'(x)$ са същите като тези на $g(x)$ и като вземем предвид, че $x > 0$, то следва, че при $x^* = \sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}$ функцията на общите разходи $L(x)$ има най-малка стойност.

За да получим оптималната стойност q^* на първата доставка, заместваме x^* в (15):

$$\frac{\ln\left[\frac{Q(k-1)}{q} + 1\right]}{\ln k} = \sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}} \iff \ln\left[\frac{Q(k-1)}{q} + 1\right] = \ln k^{\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}} \iff$$

$$\iff \frac{Q(k-1)}{q} + 1 = k^{\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}} \iff Q(k-1) = \left[k^{\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}} - 1\right].q \text{ и}$$

$$q^* = \frac{Q(k-1)}{k^{\sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}}} - 1}. \tag{18}$$

От формула (10) се вижда, че $n^* = x^*$, т.е. оптималният брой на доставките е

$$n^* = \sqrt{\frac{c_r QT}{2c_q}} \tag{19}$$

и постоянният оптимален интервал на доставките е

$$t^* = \frac{T}{n^*} = \sqrt{\frac{2c_q T}{c_r Q}}. \tag{20}$$

За минимума на общите разходи, като заместим x^* в (16) получаваме:

$$S_{\min} = \sqrt{2c_r c_q QT}. \tag{21}$$

Това, което забелязваме от направените изчисления, е, че броят на доставките, интервалът от време между две доставки и минимумът на общите разходи са същите, както и в случая, ако доставките са с постоянен обем. Това дава възможност да се варира с обема на доставките при необходимост, а минимумът на общите разходи ще бъде същият, както и ако се правят доставки с едно и също количество на запаса.

2. Апробиране на изведения теоретичен модел

Без да нарушаваме спецификата на конкретна практическа задача, ще разгледаме следния условен пример, благодарение на който ще илюстрираме изведените теоретични резултати.

Нека за производството на продукт А е необходимо да бъде доставена суровина В в рамките на 90 дни в общ обем от 200 тона. Предвид спецификата на дейността и производствения план първата доставка е с неизвестен размер и всяка следваща доставка е:

а) с 5% по-голямо количество от предходната;

б) с 5% по-малко количество от предходната.

Ако разходите за организиране на една доставка са 2000 лв., а разходите за съхранение на един тон от суровината за един ден са 5 лв., то да се намерят:

А) обемите на първата и последната доставка;

Б) броят на доставките;

В) интервалът от време между две последователни доставки, ако той е постоянен;

Г) размерът на всички разходи за целия период, така че сумарно общите разходи за доставяне на цялото количество в рамките на тези деветдесет дни да са възможно най-малки.

Да се определи и размерът на доставката чрез формулите на Уилсън, ако той е един и същ за целия период, и да се направи сравнителен анализ между различните варианти.

Преди да решим условния пример ще означим стойностите на известните параметри в теоретичните модели:

- $Q = 200$ тона;
- $T = 90$ дни;
- $c_r = 5$ лв. на ден за един тон;
- $c_q = 2000$ лв. за една доставка.

В подусловие а) $k = 1,05$, а в подусловие б) $k = 0,95$.

Нека с q означим първата доставка. Тогава за нейната оптимална стойност, използвайки формула (18) за а) и б) съответно, получаваме:

По а): $q^* = \dfrac{200.0,05}{1,05^{\sqrt{\frac{5.200.90}{2.2000}}} - 1}$. Преди това ще пресметнем $\sqrt{\dfrac{5.200.90}{2.2000}} \approx 4,74$, което е и n^*, т.е. оптималният брой на доставките е или 4, или 5, като е по-добре да е 5, тъй като е по-близкото цяло число до 4,74. Тогава $q^* = 38,433$ тона (изчислено при $n = 4,74$). Тогава интервалът между две поредни доставки ще бъде $t^* = \dfrac{T}{n^*} = \dfrac{90}{4,74} \approx 18,99 \approx 19$ дни и последната доставка (без закръгления на n^*) е $q_{4,74} = q.k^{n-1} = 38,433.1,05^{3,74} \approx 46,127$ тона. Минимумът на общите разходи е $S_{\min} = \sqrt{2.5.2000.200.90} \approx 18973,67$ лв. На първо място, минимумът на общите разходи не зависи от q^*, n^* или t^*, и на второ място, като изходим от гледна точка на практическата приложимост на модела, то можем да закръглим $n^* = 5$ и тогава $t^* = \dfrac{90}{5} = 18$ дни. В този случай за оптимален размер на първата доставка получаваме $q^* = \dfrac{200.0,05}{1,05^5 - 1} \approx 36,195$ тона. Размерите на останалите доставки ще са, както следва:

- втора: $1,05.36,195 = 38,005$ тона;
- трета: $1,05^2.36,195 = 39,905$ тона;
- четвърта: $1,05^3.36,195 = 41,900$ тона;
- пета: $1,05^4.36,195 = 43,995$ тона.

Сумата от размерите на всички доставки е точно 200 тона и всяка следваща доставка е с 5% по-голяма от предходната.

По б): Правим аналогични разсъждения, както в подточка а) и отново имаме $n^* = 5$ доставки и $t^* = 18$ дни. Минималните общи разходи са $S_{\min} = 18973,67$ лв., но $q^* = \dfrac{200.(-0,05)}{0,95^5 - 1} \approx 44,205$ тона и следващите доставки са:

- втора: $0,95.44,205 = 41,995$ тона;
- трета: $0,95^2.44,205 = 39,895$ тона;
- четвърта: $0,95^3.44,205 = 37,900$ тона;
- пета: $0,95^4.44,205 = 36,005$ тона.

Сумата от размерите на всички доставки е точно 200 тона и всяка следваща доставка е с 5% по-малка от предходната.

При използване на класическите модели от формулата на Уилсън за постоянния размер на оптималната доставка от формула (1) се получава:

$$q^* = \sqrt{\frac{2c_q Q}{c_r T}} = \sqrt{\frac{2.2000.200}{5.90}} \approx 42,164 \text{ тона,}$$

което умножено по броя на доставките 5, дава като резултат 210,82 тона, а това е с 10,82 тона, или 10820 кг, повече от договореното общо количество за доставка от дадената суровина. Разликата естествено се получава от закръглянето на броя на доставките n^* от 4,74 на 5. Ако количеството, което надвишава общото необходимо количество от суровината, се разпредели на 5 доставки, се получава 10,82:5=2,164 тона. Това означава, че за да бъде доставено точното необходимо количество, трябва всяка доставка да се намали с 2,164 тона или всяка доставка трябва да бъде с обем от 40 тона. Тогава общото доставено количество от суровината ще бъде точно 200 тона. До същия извод може да се достигне, ако след закръгляне на броя на доставките на 5, общото необходимо количество от суровината се раздели на броя на доставките: $q^* = \dfrac{200}{5} = 40$ тона. Това закръгляне обаче естествено води до отдалечаване от действителния минимум на сумарните общи разходи за доставка и съхранение на запасите. Реалните общи разходи в класическата формула на Уилсън и при тези данни в условния пример ще се получат чрез функцията

$$S=\frac{c_r}{2}Tq+\frac{c_qQ}{q}=\frac{5.90.40}{2}+\frac{2000.200}{40}=19000 \text{ лв.}$$

Както беше вече посочено, и в класическия модел на Уилсън, и в предложения модифициран модел се получават едни и същи минимални общи разходи, а именно – $S_{\min}=18973,67$ лв. Необходимостта от прилагане на закръгляния в този модел ще доведе до увеличаване на общите разходи на 19000 лв., което е с 26,33 лв. повече от действителните възможни минимални разходи.

Заключение

Основавайки се на изведения теоретичен модел, както и на представената негова апробация, можем да обобщим следното. Независимо от това дали се прилага класическата формула на Уилсън или се прилага предложеният модифициран модел с възможност за изменение на размера на всяка следваща доставка с някакъв постоянен коефициент k, то оптималният брой на доставките, интервалът от време между две доставки и минималните общи разходи остават едни и същи величини. Установено беше, че ако доставките не са с равни обеми, а нарастващи или намаляващи с един и същ коефициент, то при закръгляне броят на доставките до цяло число сумарният обем на доставките е по-близък до предварително заявеното общо количество за целия период. При планиране на потреблението на суровини, в редица случаи, поради редица технически, финансови, организационни и др. причини, е по-целесъобразно доставките или да са с намаляващ, или с увеличаващ се обем на всяка следваща доставка. С конструирания модел се дава възможност за изчисляване обема на тези доставки при неизменящ се минимум на общите разходи, включващи съхранение и доставка на запасите. Това считаме за съществен извод и принос в разработката, тъй като може да даде на вземащите решения за оптимално управление на запасите повече възможности за планиране на размерите на доставките според различните особености на средата и реалните потребности. Посочват се възможности да се получат действителните минимални общи разходи при прилагане на стратегия за размер на поредните доставки, която не е оптималната по модела на Уилсън, но може да е по-полезна в определени ситуации.

Използвана литература

1. Blagoev, B. i dr. (2009). Stopanska logistika. Varna: Nauka i ikonomika.

2. Dimitrov, B. (1984). Nauchno upravlenie na zapasite. Sofiya: Nauka i izkustvo.

3. Dochev, D., Atanasov, B. (1997). Izsledvane na operatsiite. Varna: Nauka i ikonomika.

4. Dochev, D., Nikolaev, R. (2007). Matematicheski analiz. Varna: Nauka i ikonomika.

5. Daybskaya, V. V. i dr. (2008). Logistika. Integratsiya i optimizatsiya logisticheskih biznes-protsesov v tsepyah postavok. Moskva: Eksmo.

6. Lukinskiy, V. S. i dr. (2007). Logistika v primerah i zadach. Moskva: Finansay i statistika.

7. Sergeev, V. I. i dr. (2005). Korporativnaya logistika. 300 otvetov na voprosay professionalov. Moskva: INFRA-M.

8. Sterligova, A. N. (2012). Upravlenie zapasami v tsepyah postavok. Moskva: Infra-M.

9. Daria Battini, Alessandro Persona, Fabio Sgarbossa. (2014). A sustainable EOQ model: Theoretical formulation and applications. // International Journal of Production Economics, Volume 149, pp. 145-153.

10. Krommyda, I. P., Skouri, K., & Konstantaras, I. (2015). Optimal ordering quantities for substitutable products with stock-dependent demand. Applied Mathematical Modelling, 39(1), pp. 147-164.

11. Kun-Jen Chung, Leopoldo EduardoCárdenas-Barrón. (2012). The complete solution procedure for the EOQ and EPQ inventory models with linear and fixed backorder costs. // Mathematical and Computer Modelling, Volume 55, Issues 11–12, pp. 2151-2156.

12. Leonid Eksler, Roei Aviram, Amir Elalouf, and Aakash Kamble. (2018). An EOQ Model for multiple products with varying degrees of substitutability. // Economics E-Journal, No. 2018-77.

13. Matthieu Godichaud, Lionel Amodeo. (2019). EOQ inventory models for disassembly systems with disposal and lost sales. // International Journal of Production Research, Vol. 57, No. 18, pp. 5685–5704.

14. Percy H. Brill and Ben A. Chaouch. (1995). An EOQ Model with Random Variations in Demand. // Management Science, Vol. 41, No. 5, pp. 927-936.

15. Porras, E., & Dekker, R. (2008). A solution method for the joint replenishment problem with correction factor. // International Journal of Production Economics, Vol. 113(2), pp. 834-851.

16. Rakesh Kumar. (2016) Economic Order Quantity (EOQ) Model. // Global Journal of Finance and Economic Management, Volume 5, Number 1, pp. 1-5.

17. Rasouli, N., & Kamalabadi, I. N. (2014). Joint pricing and inventory control for seasonal and substitutable goods mentioning the symmetrical and asymmetrical substitution. // International Journal of Engineering-Transactions C: Aspects, Vol. 27(9), pp. 1385-1394.

18. Roya Tat, Maryam Esmaeili, Ata Allah Taleizadeh. (2014). Developing EOQ model with instantaneous deteriorating items for a vendor-managed inventory (VMI) system. // Journal of Industrial and Systems Engineering, Vol. 7, No. 1, pp 21 – 42.

19. Waldemar Paluch. (2019). The Use of the EOQ Model in Inventory Management in the Supply Chain on the Example of Bahlsen Polska. // Logistics and Transport, Vol. 43 (3), pp. 41-46.

20. Zvi Drezner, Haresh Gurnani and Barry A. Pasternack. (1995). An EOQ Model with Substitutions between Products. The Journal of the Operational Research Society, Jul., No. 7, pp. 887-891.

DYNAMIC MODEL FOR INVENTORY MANAGEMENT WITH VARIABLE CONSUMPTION RATE

Tanka MILKOVA

Abstract

In the theory of scientific inventory management many models are known that optimize the cost of inventory management in various circumstances, mainly related to the nature of inventory consumption. Some of the fundamental dynamic models are designed for the case of a steady rate of consumption and are well known as Wilson models. They have a few advantages, but also several restrictions in building the model, which means that they are not suitable for direct application in each practical situation. Although some modifications of these models are well known in the literature, there are still some directions in which they can be developed to be practically more useful. The aim of the present study is to construct a model of inventory management at a variable rate of consumption based on Wilson models. On the next step a method for solving this model and its specific approbation is proposed to achieve minimal total costs of inventory management.

Key words: Inventory management, Wilson model.